**2022年高考文数真题试卷（全国乙卷）**

**一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。**

1．（2022·全国乙卷）集合，则（　　）

A． B．

C． D．

【答案】A

【知识点】交集及其运算

【解析】【解答】因为 ， ，所以 .

故选：A

【分析】根据集合的交集运算即可求解.

2．（2022·全国乙卷）设 ，其中为实数，则（　　）

A． B．

C． D．

【答案】A

【知识点】复数相等的充要条件；复数代数形式的加减运算

【解析】【解答】易得 ，根据复数相等的充要条件可得 ，解得： ．

故选：A

【分析】根据复数代数形式的乘法运算法则以及复数相等的充要条件即可求解.

3．（2022·全国乙卷）已知向量，则 （　　）

A．2 B．3 C．4 D．5

【答案】D

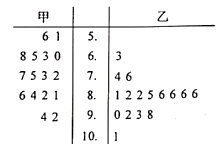
【知识点】向量的模；平面向量的坐标运算

【解析】【解答】因为 ，所以 .

故选：D

【分析】先求得 的坐标，然后根据求模公式求解 即可.

4．（2022·全国乙卷）分别统计了甲、乙两位同学16周的各周课外体育运动时长（单位：h），得如下茎叶图：



则下列结论中错误的是（　　）

A．甲同学周课外体育运动时长的样本中位数为7.4

B．乙同学周课外体育运动时长的样本平均数大于8

C．甲同学周课外体育运动时长大于8的概率的估计值大于0.4

D．乙同学周课外体育运动时长大于8的概率的估计值大于0.6

【答案】C

【知识点】茎叶图；众数、中位数、平均数

【解析】【解答】对于A：甲同学周课外体育运动时长的样本中位数为 ，故A正确；

对于B：乙同学课外体育运动时长的样本平均数为：

，故B正确；

对于C：甲同学周课外体育运动时长大于 的概率的估计值 ，故C错误；

对于D：乙同学周课外体育运动时长大于 的概率的估计值 ，

故D正确.

故选：C

【分析】结合茎叶图、中位数、平均数、古典概型等知识确定正确答案即可.

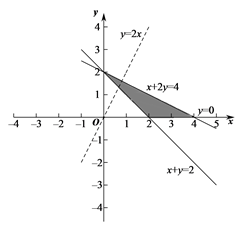
5．（2022·全国乙卷）若*x*，*y*满足约束条件 则的最大值是（　　）

A． B．4 C．8 D．12

【答案】C

【知识点】简单线性规划

【解析】【解答】由题意作出可行域（阴影部分所示），目标函数 转化为 ，



上下平移直线 ，可知当直线过点 时，直线截距最小，*z*最大，

所以 .

故选：C

【分析】作出可行域，数形结合即可得解.

6．（2022·全国乙卷）设F为抛物线 的焦点，点A在C上，点 ，若 ，则 （　　）

A．2 B． C．3 D．

【答案】B

【知识点】两点间的距离公式；抛物线的定义

【解析】【解答】易知抛物线的焦点为 ，则 ，

即点A到准线 的距离为2，所以点A的横坐标为1，

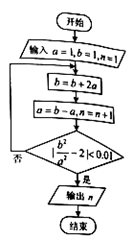
不妨设点A在x轴上方，代入得， ，

所以 

故选：B

【分析】根据抛物线上的点到焦点和准线的距离相等，从而求得点A的横坐标，进而求得点A坐标，即可得到答案.

7．（2022·全国乙卷）执行下边的程序框图，输出的 （　　）



A．3 B．4 C．5 D．6

【答案】B

【知识点】程序框图

【解析】【解答】第一次循环： ， ，

；

第二次循环， ， ，

；

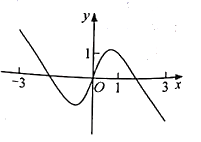
第三次循环， ， ，

，故输出 .

故选：B

【分析】根据程序框图循环计算即可.

8．（2022·全国乙卷）如图是下列四个函数中的某个函数在区间 的大致图像，则该函数是（　　）



A． B．

C． D．

【答案】A

【知识点】函数的图象

【解析】【解答】设 ，则 ，故排除B；

设 ，当 时， ，

所以 ，故排除C；

设 ，则 ，故排除D.

故选：A

【分析】由函数图象的特征结合函数的性质逐项排除即可.

9．（2022·全国乙卷）在正方体 中，E，F分别为 的中点，则（　　）

A．平面 平面 B．平面 平面

C．平面 平面 D．平面 平面

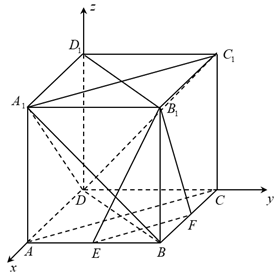
【答案】A

【知识点】用向量证明平行；用向量证明垂直

【解析】【解答】解：在正方体 中，可知 且 平面 ，

又 平面 ，所以 ，由 分别为 的中点，所以 ，所以 ，又 ，所以 平面 ，又 平面 ，所以平面 平面 ，故A正确；

以点 为原点，建立如图空间直角坐标系，设 ，



则 ，

，得 ， ，

设平面 的法向量为 ，

则有 ，解得 ，

同理可得平面 的法向量为 ，

平面 的法向量为 ，

平面 的法向量为 ，

则 ，所以平面 与平面 不垂直，故B错误；

因为 与 不平行，所以平面 与平面 不平行，故C错误；

因为 与 不平行，所以平面 与平面 不平行，故D错误，

故选：A

【分析】证明 平面 ，即可判断A；以点 为原点，建立如图空间直角坐标系，设 ，分别求出平面 ， ， 的法向量，根据法向量的位置关系，即可判断BCD.

10．（2022·全国乙卷）已知等比数列 的前3项和为168， ，则 （　　）

A．14 B．12 C．6 D．3

【答案】D

【知识点】等比数列的通项公式；等比数列的前n项和

【解析】【解答】解：设等比数列 的公比为 ，首项为 ，

若 ，则 ，与已知条件矛盾，

所以 ，由题意可得 ，解得 ，

所以 .

故选：D.

【分析】设等比数列 的公比为 ，首项为 ，易得 ，根据等比数列的通项以及前n项和公式列方程组，求出首项与公比，最后根据通项即可求解.

11．（2022·全国乙卷）函数 在区间 的最小值、最大值分别为（　　）

A． B．

C． D．

【答案】D

【知识点】利用导数求闭区间上函数的最值

【解析】【解答】 ，

由于 在区间 和 上 ，即 单调递增；

在区间 上 ，即 单调递减，

又 ， ， ，

所以 在区间 上的最小值为 ，最大值为 .

故选：D

【分析】利用导数求得 的单调区间，从而判断出 在区间 上的最小值和最大值.

12．（2022·全国乙卷）已知球O的半径为1，四棱锥的顶点为O，底面的四个顶点均在球O的球面上，则当该四棱锥的体积最大时，其高为（　　）

A． B． C． D．

【答案】C

【知识点】棱锥的结构特征；棱柱、棱锥、棱台的体积；球内接多面体

【解析】【解答】假设底面是边长为a的正方形，底面所在圆的半径为*r*，则

所以该四棱锥的高 ，则

当且仅当 ，即 时等号成立，所以四棱锥的高为

故选：C

【分析】假设底面是边长为a的正方形，底面所在圆的半径为*r*，则 ，所以该四棱锥的高 ，得到四棱锥体积表达式，再利用基本不等式去求四棱锥体积的最大值，从而得到当该四棱锥的体积最大时其高的值.

**二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。**

13．（2022·全国乙卷）记 为等差数列 的前*n*项和．若 ，则公差 　 　．

【答案】2

【知识点】等差数列；等差数列的通项公式

【解析】【解答】由 可得 ，化简得 ，即 ，解得 .

故答案为：2

【分析】转化条件为 ，即可得解.

14．（2022·全国乙卷）从甲、乙等5名同学中随机选3名参加社区服务工作，则甲、乙都入选的概率为　 　．

【答案】

【知识点】古典概型及其概率计算公式

【解析】【解答】从5名同学中随机选3名的方法数为

甲、乙都入选的方法数为 ，所以甲、乙都入选的概率 .

故答案为：

【分析】根据古典概型计算即可.

15．（2022·全国乙卷）过四点 中的三点的一个圆的方程为　 　．

【答案】 或 或 或

【知识点】圆的一般方程；点与圆的位置关系

【解析】【解答】解：设圆的方程为 ，

若过 ， ， 三点，则 ，解得 ，

所以圆的方程为 ，即 ；

若过 ， ， 三点，则 ，解得 ，

所以圆的方程为 ，即 ；

若过 ， ， 三点，则 ，解得 ，

所以圆的方程为 ，即 ；

若过 ， ， 三点，则 ，解得 ，

所以圆的方程为 ，即 ；

故答案为： 或 或 或 .

【分析】设圆的方程为 ，根据所选点的坐标，列方程组，求解即可.

16．（2022·全国乙卷）若 是奇函数，则 　 　， 　 　．

【答案】；

【知识点】函数奇偶性的性质

【解析】【解答】因为函数 为奇函数，所以其定义域关于原点对称．

由 可得， ，所以 ，解得： ，即函数的定义域为 ，再由 可得， ．即 ，在定义域内满足 ，符合题意．

故答案为： ；

【分析】根据奇函数的定义即可求解．

**三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。**

17．（2022·全国乙卷）记 的内角A，B，C的对边分别为a，b，c﹐已知 ．

（1）若 ，求C；

（2）证明： .

【答案】（1）解：∵

且

∴

∵sinB＞0

∴

∴C=C-A（舍）或C+（C-A）=π

即：2C-A=π

又∵A+B+C=π，A=2B

∴C=

（2）证明：由 可得，

，再由正弦定理可得，

，然后根据余弦定理可知，

，化简得：

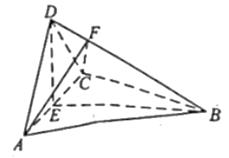
，故原等式成立．

【知识点】两角和与差的正弦公式；解三角形；正弦定理；余弦定理

【解析】【分析】（1）根据题意可得， ，再结合三角形内角和定理即可解出；

（2）由题意利用两角差的正弦公式展开得 ，再根据正弦定理，余弦定理化简即可证出．

18．（2022·全国乙卷）如图，四面体 中， ，E为AC的中点．



（1）证明：平面 平面ACD；

（2）设 ，点F在BD上，当 的面积最小时，求三棱锥 的体积．

【答案】（1）证明：由于 ， 是 的中点，所以 .

由于 ，所以 ，

所以 ，故 ，

由于 ， 平面 ，

所以 平面 ，

由于 平面 ，所以平面 平面 .

（2）解：依题意 ， ，三角形 是等边三角形，

所以 ，

由于 ，所以三角形 是等腰直角三角形，所以 .

，所以 ，

由于 ， 平面 ，所以 平面 .

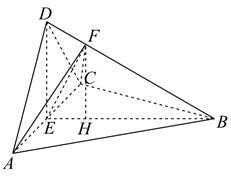
由于 ，所以 ，

由于 ，所以 ，

所以 ，所以 ，

由于 ，所以当 最短时，三角形 的面积最小值.

过 作 ，垂足为 ，



在 中， ，解得 ，

所以 ，

所以 

过 作 ，垂足为 ，则 ，所以 平面 ，且 ，

所以 ，

所以 .

【知识点】棱柱、棱锥、棱台的体积；直线与平面垂直的判定；平面与平面垂直的判定

【解析】【分析】（1）通过证明 平面 来证得平面 平面 .

（2）首先判断出三角形 的面积最小时 点的位置，然后求得 到平面 的距离，从而求得三棱锥 的体积.

19．（2022·全国乙卷）某地经过多年的环境治理，已将荒山改造成了绿水青山．为估计一林区某种树木的总材积量，随机选取了10棵这种树木，测量每棵树的根部横截面积（单位： ）和材积量（单位： ），得到如下数据：

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 样本号i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 总和 |
| 根部横截面积 | 0.04 | 0.06 | 0.04 | 0.08 | 0.08 | 0.05 | 0.05 | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.6 |
| 材积量 | 0.25 | 0.40 | 0.22 | 0.54 | 0.51 | 0.34 | 0.36 | 0.46 | 0.42 | 0.40 | 3.9 |

并计算得 ．

附：相关系数 ．

（1）估计该林区这种树木平均一棵的根部横截面积与平均一棵的材积量；

（2）求该林区这种树木的根部横截面积与材积量的样本相关系数（精确到0.01）；

（3）现测量了该林区所有这种树木的根部横截面积，并得到所有这种树木的根部横截面积总和为 ．已知树木的材积量与其根部横截面积近似成正比．利用以上数据给出该林区这种树木的总材积量的估计值．

【答案】（1）解：样本中10棵这种树木的根部横截面积的平均值

样本中10棵这种树木的材积量的平均值

据此可估计该林区这种树木平均一棵的根部横截面积为 ，

平均一棵的材积量为

（2）解：

则

（3）解：设该林区这种树木的总材积量的估计值为 ，

又已知树木的材积量与其根部横截面积近似成正比，

可得 ，解之得 ．

则该林区这种树木的总材积量估计为

【知识点】众数、中位数、平均数；相关系数

【解析】【分析】（1）计算出样本中10棵这种树木根部横截面积的平均值及10棵这种树木材积量平均值，即可估计该林区这种树木平均一棵的根部横截面积与平均一棵的材积量；

（2）根据相关系数公式计算即可求得样本的相关系数值；

（3）依据树木的材积量与其根部横截面积近似成正比，列方程即可求得该林区这种树木的总材积量的估计值．

20．（2022·全国乙卷）已知函数 ．

（1）当 时，求 的最大值；

（2）若 恰有一个零点，求a的取值范围．

【答案】（1）解：当 时，

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x | （0，1） | 1 | （1，+∞） |
| f’（x） | + | 0 | - |
| f（x） | ↗ |  | ↘ |

∴ 的最大值=f（1）=-1-ln1=-1

（2）解： 定义域为（0，+∞）

根据（1）得：a=0时，f（x）max=-1＜0，∴f（x）无零点

当a＜0时，∀x＞0，ax-1＜0，又x2＞0

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x | （0，1） | 1 | （1，+∞） |
| f’（x） | + | 0 | - |
| f（x） | ↗ |  | ↘ |

∴∀x＞0，f（x）≤f（1）=a-1＜0，∴f（x）无零点

当a＞0时，

①当0＜a＜1时， ＞1

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | （0，1） | 1 | （1， ） |  | （ ，+∞） |
| f’（x） | + | 0 | - | 0 | + |
| f（x） | ↗ |  | ↘ |  | ↗ |

∴∀x∈（0， ]，f（x）≤f（1）=a-1＜0，

又 f（x）=+∞，∴f（x）恰有一个零点

②当a=1时， ，

∴f（x）在（0，+∞）上递增，

由f（1）=a-1=0可得，f（x）恰有一个零点

③当a＞1时， ∈（0，1]

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | （0， ） |  | （ ，1） | 1 | （1，+∞） |
| f’（x） | + | 0 | - | 0 | + |
| f（x） | ↗ |  | ↘ |  | ↗ |

∴∀x∈[ ，+∞），f（x）≥f（1）=a-1＞0，

又 f（x）=-∞，∴f（x）恰有一个零点

综上所得a取值范围为

【知识点】利用导数研究函数的单调性；导数在最大值、最小值问题中的应用；函数的零点

【解析】【分析】（1）将 代入，再对函数求导利用导数判断函数的单调性，从而求其最大值；

（2）求导得 ，分a=0、a＜0及a＞0三种情况讨论函数的单调性，求得函数的极值，即可得解.

21．（2022·全国乙卷）已知椭圆E的中心为坐标原点，对称轴为x轴、y轴，且过 两点．

（1）求E的方程；

（2）设过点 的直线交E于M，N两点，过M且平行于x轴的直线与线段AB交于点T，点H满足 ．证明：直线HN过定点．

【答案】（1）解：设椭圆E的方程为 ，过 ，

则 ，解得 ， ，

所以椭圆E的方程为：

（2）证明： ，所以 ，

①若过点 的直线斜率不存在，直线 .代入 ，

可得 ， ，代入AB方程 ，可得

，由 得到 .求得HN方程：

，过点 .

②若过点 的直线斜率存在，设 .

联立 得 ，

可得 ， ，

且

联立 可得

可求得此时 ，

将 ，代入整理得 ，

将 代入，得

显然成立，

综上，可得直线HN过定点

【知识点】恒过定点的直线；椭圆的标准方程；直线与圆锥曲线的关系

【解析】【分析】（1）设椭圆方程为 ，将所给点的坐标代入方程求解即可；

（2）分直线斜率是否存在进行讨论，直线方程与椭圆*C*的方程联立，利用韦达定理结合已知条件即可表示直线HN，化简即可得解.

**四、选考题：共10分。请考生在第22、23题中选定一题作答，并用2B铅笔在答题卡上将所选题目对应的题号方框涂黑。按所涂题号进行评分，不涂、多涂均按所答第一题评分；多答按所答第一题评分。**

22．（2022·全国乙卷）在直角坐标系 中，曲线C的参数方程为 （t为参数）．以坐标原点为极点，x轴正半轴为极轴建立极坐标系，已知直线l的极坐标方程为 ．

（1）写出l的直角坐标方程；

（2）若l与C有公共点，求m的取值范围．

【答案】（1）解：因  l： ，所以 ，

又因为 ，所以化简为 ，

整理得l的直角坐标方程：

（2）解：联立l与C的方程，即将 ， 代入

中，可得 ，

所以 ，

化简为 ，

要使l与C有公共点，则 有解，

令 ，则 ，令 ， ，

对称轴为 ，开口向上，

所以 ，

，

所以

m的取值范围为 .

【知识点】二次函数的性质；简单曲线的极坐标方程；参数的意义

【解析】【分析】（1）根据极坐标与直角坐标的互化公式转化即可；

（2）联立*l*与*C*的方程，采用换元法处理，根据新元*a*的取值范围求解*m*的范围即可.

23．（2022·全国乙卷）已知a，b，c都是正数，且 ，证明：

（1） ；

（2） ．

【答案】（1）证明：因为 ， ， ，则 ， ， ，

所以 ，

即 ，所以 ，当且仅当 ，即 时取等号．

（2）证明：因为 ， ， ，

所以 ， ， ，

所以 ， ，

当且仅当 时取等号．

【知识点】基本不等式；不等式的证明

【解析】【分析】（1）利用三元均值不等式即可证明；

（2）利用基本不等式及不等式的性质证明即可．