**2022年普通高等学校招生全国统一考试（全国甲卷）**

**理科数学**

**注意事项：**

**1．答卷前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号填写在答题卡上，并认真核准条形码上的准考证号、姓名、考场号、座位号及科目，在规定的位置贴好条形码。**

**2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。**

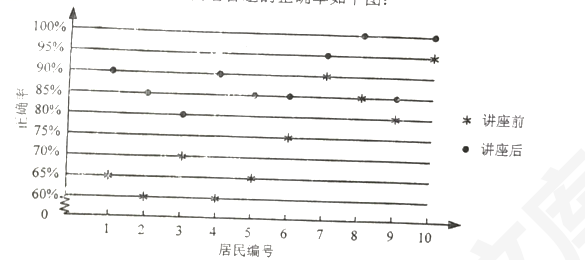
**3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。**

**一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。**

1．若**，则（ ）

A． B． C． D．

2．某社区通过公益讲座以普及社区居民的垃圾分类知识．为了解讲座效果，随机抽取10位社区居民，让他们在讲座前和讲座后各回答一份垃圾分类知识问卷，这10位社区居民在讲座前和讲座后问卷答题的正确率如下图：



则（ ）

A．讲座前问卷答题的正确率的中位数小于

B．讲座后问卷答题的正确率的平均数大于

C．讲座前问卷答题的正确率的标准差小于讲座后正确率的标准差

D．讲座后问卷答题的正确率的极差大于讲座前正确率的极差

3．设全集**，集合**，则**（ ）

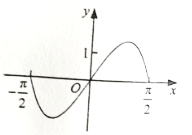
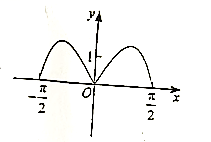
A． B． C． D．

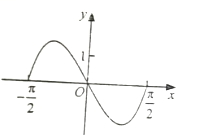
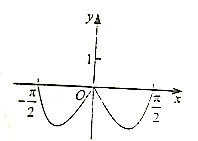
4．如图，网格纸上绘制的是一个多面体的三视图，网格小正方形的边长为1，则该多面体的体积为（ ）

C:\Users\DELL\Desktop\未标题-1.tif

A．8 B．12 C．16 D．20

5．函数**在区间的图像大致为（ ）

A． B．

C． D．

6．当**时，函数**取得最大值，则**（ ）

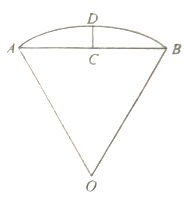
A． B． C． D．1

7．在长方体**中，已知**与平面**和平面**所成的角均为，则（ ）

A．**  B．*AB*与平面**所成的角为

C．**  D．**与平面**所成的角为

8．沈括的《梦溪笔谈》是中国古代科技史上的杰作，其中收录了计算圆弧长度的“会圆术”，如图，**是以*O*为圆心，*OA*为半径的圆弧，*C*是*AB*的中点，*D*在**上，**．“会圆术”给出**的弧长的近似值*s*的计算公式：**．当**时，**（ ）



A． B． C． D．

9．甲、乙两个圆锥的母线长相等，侧面展开图的圆心角之和为，侧面积分别为**和**，体积分别为**和**．若，则（ ）

A． B． C． D．

10．椭圆**的左顶点为*A*，点*P*，*Q*均在*C*上，且关于*y*轴对称．若直线**的斜率之积为，则*C*的离心率为（ ）

A． B． C． D．

11．设函数**在区间恰有三个极值点、两个零点，则**的取值范围是（ ）

A． B． C． D．

12．已知**，则（ ）

A． B． C． D．

**二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。**

13．设向量，**的夹角的余弦值为，且**，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

14．若双曲线**的渐近线与圆**相切，则**\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

15．从正方体的8个顶点中任选4个，则这4个点在同一个平面的概率为\_\_\_\_\_\_\_\_．

16．已知中，点*D*在边*BC*上，．当取得最小值时，\_\_\_\_\_\_\_\_．

**三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。**

**（一）必考题：共60分。**

17．（12分）

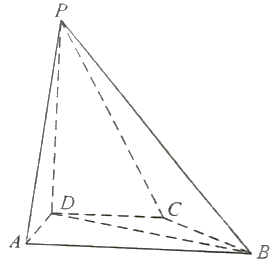
记为数列的前*n*项和．已知．

（1）证明：是等差数列；

（2）若成等比数列，求的最小值．

18．（12分）

在四棱锥中，底面．



（1）证明：；

（2）求*PD*与平面所成的角的正弦值．

19．（12分）

甲、乙两个学校进行体育比赛，比赛共设三个项目，每个项目胜方得10分，负方得0分，没有平局．三个项目比赛结束后，总得分高的学校获得冠军．已知甲学校在三个项目中获胜的概率分别为0.5，0.4，0.8，各项目的比赛结果相互独立．

（1）求甲学校获得冠军的概率；

（2）用*X*表示乙学校的总得分，求*X*的分布列与期望．

20．（12分）

设抛物线的焦点为*F*，点，过*F*的直线交*C*于*M*，*N*两点．当直线*MD*垂直于*x*轴时，．

（1）求*C*的方程；

（2）设直线与*C*的另一个交点分别为*A*，*B*，记直线的倾斜角分别为．当取得最大值时，求直线*AB*的方程．

21．（12分）

已知函数．

（I）若，求*a*的取值范围；

（2）证明：若有两个零点，则．

**（二）选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。**

22．[选修4-4：坐标系与参数方程]（10分）

在直角坐标系中，曲线的参数方程为（*t*为参数），曲线的参数方程为（*s*为参数）．

（1）写出的普通方程；

（2）以坐标原点为极点，*x*轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线的极坐标方程为，求与交点的直角坐标，及与交点的直角坐标．

23．[选修4-5：不等式选讲]（10分）

已知*a*，*b*，*c*均为正数，且，证明：

（1）；

（2）若，则．

**绝密★启用前**

**2022年普通高等学校招生全国统一考试（全国甲卷）**

**理科数学**

**参考答案**

**注意事项：**

**1．答卷前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号填写在答题卡上，并认真核准条形码上的准考证号、姓名、考场号、座位号及科目，在规定的位置贴好条形码.**

**2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.回答非选择题时，将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.**

**3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.**

**一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. C 2. B. 3.D 4. B 5. A 6. B 7. D 8. B 9. C 10. A 11. C 12. A

**二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. 

14. 

15..

16. ##

**三、解答题：共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答．第22、23题为选考题，考生根据要求作答.**

**（一）必考题：共60分．**

17. （1）解：因为，即①，

当时，②，

①②得，，

即，

即，所以，且，

所以是以为公差的等差数列．

1. ．

18. （1）证明：在四边形中，作于，于，

因为，

所以四边形为等腰梯形，

所以，

故，，

所以，

所以，

因为平面，平面，

所以，

又，

所以平面，

又因平面，

所以；

（2）.

19. （1）；

（2）分布列见解析，.

【解析】依题可知，的可能取值为，所以，

,

，

，

.

即的分布列为

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 10 | 20 | 30 |
|  | 0.16 | 0.44 | 0.34 | 0.06 |

期望.

20. （1）；

（2）.

21. 已知函数．

（1）

（2）由题知,一个零点小于1,一个零点大于1

不妨设

要证,即证

因为,即证

因为,即证

即证

即证

下面证明时，

设，

则



设

所以,而

所以,所以

所以在单调递增

即,所以

令



所以在单调递减

即,所以；

综上, ,所以.

**（二）选考题：共10分．请考生在第22、23题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．**

**[选修4-4：坐标系与参数方程]**

22. （1）；

（2）的交点坐标为，，的交点坐标为，．

**[选修4-5：不等式选讲]**

23.（1）证明：由柯西不等式有，

所以，

当且仅当时，取等号，

所以；

（2）证明：因为，，，，由（1）得，

即，所以，

由权方和不等式知，

当且仅当，即，时取等号，

所以