**2022年普通高等学校招生全国统一考试（新高考全国Ⅱ卷）**

**数学**

**注意事项：**

**1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。**

**2．答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。**

**3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。**

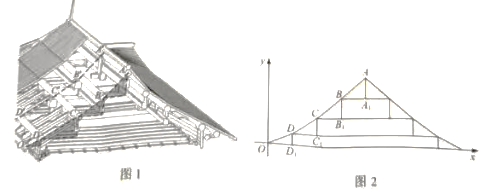
1．已知集合，则（ ）

A． B． C． D．

2．（ ）

A． B． C． D．

3．图1是中国古代建筑中的举架结构，是桁，相邻桁的水平距离称为步，垂直距离称为举，图2是某古代建筑屋顶截面的示意图．其中是举，是相等的步，相邻桁的举步之比分别为．已知成公差为0.1的等差数列，且直线的斜率为0.725，则（ ）



A．0.75 B．0.8 C．0.85 D．0.9

4．已知向量，若，则实数（ ）

A． B． C．5 D．6

5．甲、乙、丙、丁、戊5名同学站成一排参加文艺汇演，若甲不站在两端，丙和丁相邻，则不同的排列方式共有（ ）

A．12种 B．24种 C．36种 D．48种

6．若，则（ ）

A． B． C． D．

7．已知正三棱台的高为1，上下底面的边长分别为和，其顶点都在同一球面上，则该球的表面积为（ ）

A． B． C． D．

8．若函数的定义域为**R**，且，则（ ）

A． B． C．0 D．1

**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分。**

9．已知函数的图象关于点对称，则（ ）

A．在单调递减 B．在有两个极值点

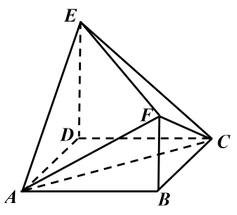
C．直线是曲线的一条对称轴 D．直线是曲线的切线

10．已知*O*为坐标原点，过抛物线的焦点*F*的直线与*C*交于*A*，*B*两点，其中*A*在第一象限，点，若，则（ ）

A．直线的斜率为 B．

C． D．

11．如图，四边形为正方形，平面，，记三棱锥，，的体积分别为，则（ ）



A． B． C． D．

12．若实数*x*，*y*满足，则（ ）

A． B． C． D．

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。**

13．随机变量*X*服从正态分布，若，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

14．曲线过坐标原点的两条切线方程为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

15．设点，若直线关于对称的直线与圆有公共点，则*a*的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

16．已知直线*l*与椭圆在第一象限交于*A*，*B*两点，*l*与*x*轴、y轴分别相交于*M*，*N*两点，且，则*l*的方程为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**四、解答题：本题共6小题，共70分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．**

17．（10分）已知为等差数列，为公比为2的等比数列，且．

（1）证明：；

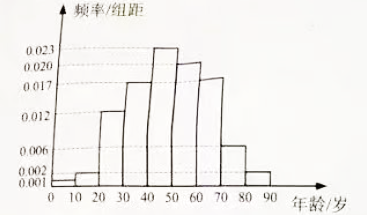
（2）求集合中元素个数．

18．（12分）记的内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，以*a*，*b*，*c*为边长的三个正三角形的面积分别为，且．

（1）求的面积；

（2）若，求*b*．

19．（12分）在某地区进行某种疾病调查，随机调查了100位这种疾病患者的年龄，得到如下样本数据频率分布直方图．

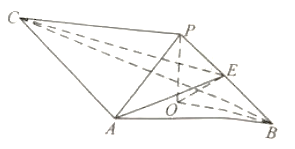


（1）估计该地区这种疾病患者的平均年龄（同一组数据用该组区间的中点值作代表）；

（2）估计该地区一位这种疾病患者的年龄位于区间的概率；

（3）已知该地区这种疾病患者的患病率为，该地区年龄位于区间的人口数占该地区总人口数的，从该地区选出一人，若此人的年龄位于区间，求此人患这种疾病的概率（以样本数据中患者的年龄位于各区间的频率作为患者的年龄位于该区间的概率，精确到0.0001）．

20．（12分）如图，是三棱锥的高，，，*E*为的中点．



（1）证明：平面；

（2）若，，，求二面角正余弦值．

21．（12分）设双曲线的右焦点为，渐近线方程为．

（1）求*C*的方程；

（2）过*F*的直线与*C*的两条渐近线分别交于*A*，*B*两点，点在*C*上，且．过*P*且斜率为的直线与过*Q*且斜率为的直线交于点*M*．从下面①②③中选取两个作为条件，证明另一个成立．

①*M*在上；②；③．

注：若选择不同的组合分别解答，则按第一个解答计分．

22．（12分）已知函数．

（1）当时，讨论的单调性；

（2）当时，，求*a*的取值范围；

（3）设，证明：．

**2022年普通高等学校招生全国统一考试（新高考全国Ⅱ卷）**

**数学**

**参考答案**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. B 2. D 3. D 4. C 5. B 6. D 7. A 8. A

**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9. AD 10. ACD 11. CD 12. BC

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. ##．

14. ①.  ②. 

15. 

16. 

**四、解答题：本题共6小题，共70分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．**

17.（1）设数列的公差为，所以，，即可解得，，所以原命题得证．

（2）．

18.（1）

（2）

19.（1）岁；

（2）；

（3）．

20.（1）证明：连接并延长交于点，连接、，

因为是三棱锥的高，所以平面，平面，

所以、，

又，所以，即，所以，

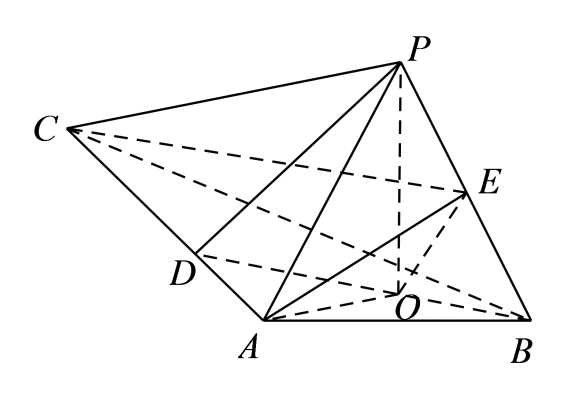
又，即，所以，，

所以

所以，即，所以为的中点，又为的中点，所以，

又平面，平面，

所以平面



（2）

21.（1）

（2）由已知得直线的斜率存在且不为零，直线的斜率不为零，

若选由①②推③或选由②③推①：由②成立可知直线的斜率存在且不为零；

若选①③推②，则为线段的中点，假若直线的斜率不存在，则由双曲线的对称性可知在轴上，即为焦点,此时由对称性可知、关于轴对称，与从而，已知不符；

总之，直线的斜率存在且不为零.

设直线的斜率为,直线方程为,

则条件①在上，等价于；

两渐近线的方程合并为,

联立消去*y*并化简整理得：

设,线段中点为,则,

设,

则条件③等价于,

移项并利用平方差公式整理得：

，

,即,

即；

由题意知直线的斜率为, 直线的斜率为,

∴由,

∴,

所以直线的斜率,

直线,即,

代入双曲线的方程,即中，

得：,

解得的横坐标：,

同理：，

∴

∴,

∴条件②等价于，

综上所述：

条件①在上，等价于；

条件②等价于；

条件③等价于；

选①②推③:

由①②解得：,∴③成立；

选①③推②：

由①③解得：，，

∴，∴②成立；

选②③推①：

由②③解得：，，∴，

∴，∴①成立.

22.（1）的减区间为，增区间为.

（2）

（3）取，则，总有成立，

令，则，

故即对任意的恒成立.

所以对任意的，有，

整理得到：，

故

，

故不等式成立.