**2022年高考数学真题试卷（新高考Ⅰ卷）**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。**

1．（2022·新高考Ⅰ卷）若集合 则 =（　　）

A． B．

C． D．

2．（2022·新高考Ⅰ卷）若 则 （　　）

A．-2 B．-1 C．1 D．2

3．（2022·新高考Ⅰ卷）在 中，点D在边AB上， 记 则 （　　）

A．3-2 B．-2+3 C．3+2 D．2+3

4．（2022·新高考Ⅰ卷）南水北调工程缓解了北方一些地区水资源短缺问题，其中一部分水蓄入某水库。知该水库水位为海拔148.5m时，相应水面的面积为 水位为海拔157.5m时，相应水面的面积为 将该水库在这两个水位间的形状看作一个棱台，则该水库水位从海拔148.5m上升到157.5m时，增加的水量约为（　　）

A． B． C． D．

5．（2022·新高考Ⅰ卷）从2至8的7个整数中随机取2个不同的数，则这2个数互质的概率为（　　）

A． B． C． D．

6．（2022·新高考Ⅰ卷）记函数 的最小正周期为T，若 则 的图像关于点 中心对称，则 （　　）

A．1 B． C． D．3

7．（2022·新高考Ⅰ卷）设 则（　　）

A． B． C． D．

8．（2022·新高考Ⅰ卷）已知正四棱锥的侧棱长为 ，其各顶点都在同一球面上.若该球的体积为36 ，且 则该正四棱锥体积的取值范围是（　　）

A． B． C． D．[18，27]

**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要。全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分。**

9．（2022·新高考Ⅰ卷）已知正方体 则（　　）

A．直线 与 所成的角为

B．直线 与 所成的角为

C．直线 与平面 所成的角为

D．直线 与平面ABCD所成的角为

10．（2022·新高考Ⅰ卷）已知函数 则（　　）

A．f(x)有两个极值点

B．f(x)有三个零点

C．点(0，1)是曲线 的对称中心

D．直线 是曲线 的切线

11．（2022·新高考Ⅰ卷）已知O为坐标原点，点A(1，1)在抛物线C： 上，过点 的直线交C于P，Q两点，则（　　）

A．C的准线为 B．直线AB与C相切

C． D．

12．（2022·新高考Ⅰ卷）已知函数 及其导函数 的定义域均为R，记 若 均为偶函数，则（　　）

A． B． C． D．

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。**

13．（2022·新高考Ⅰ卷） 的展开式中 的系数为 　 　 (用数字作答).

14．（2022·新高考Ⅰ卷）写出与圆 和 都相切的一条直线的方程　 　．

15．（2022·新高考Ⅰ卷）若曲线 有两条过坐标原点的切线，则a的取值范围是　 　.

16．（2022·新高考Ⅰ卷）已知椭圆C： C的上顶点为A，两个焦点为 离心率为 ，过 且垂直于 的直线与C交于D，E两点， 则△ADE的周长是　 　．

**四、解答题：本题共6小题，共70分。**

17．（2022·新高考Ⅰ卷）记 为数列 的前n项和，已知 是公差为 ，的等差数列.

（1）求 的通项公式；

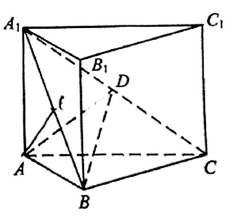
（2）证明：

18．（2022·新高考Ⅰ卷）记 的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，已知

（1）若 求B；

（2）求 的最小值.

19．（2022·新高考Ⅰ卷）如图，直三棱柱 的体积为4， '的面积为



（1）求A到平面 的距离；

（2）设D为 的中点， 平面 平面 求二面角 的正弦值.

20．（2022·新高考Ⅰ卷）一医疗团队为研究某地的一种地方性疾病与当地居民的卫生习惯(卫生习惯分为良好和不够良好两类)的关系，在己患该疾病的病例中随机调查了100例(称为病例组)，同时在未患该疾病的人群中随机调查了100人(称为对照组)，得到如下数据：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 不够良好 | 良好 |
| 病例组 | 40 | 60 |
| 对照组 | 10 | 90 |

附：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| P(K2 ≥ k) | 0.050 | 0.010 | 0.001 |
| K | 3.841 | 6.635 | 10.828 |

（1）能否有99%的把握认为患该疾病群体与未患该疾病群体的卫生习惯有差异?

（2）从该地的人群中任选一人，A表示事件“选到的人卫生习惯不够良好”，B表示事件“选到的人患有该疾病”， 与 的比值是卫生习惯不够良好对患该

疾病风险程度的一项度量指标，记该指标为R.

(i)证明：

(ii)利用该调查数据，给出 的估计值，并利用(i)的结果给出R的估计值.

21．（2022·新高考Ⅰ卷）已知点A(2，1)在双曲线 C： 上，直线 交C于P，Q两点，直线

AP，AQ的斜率之和为0.

（1）求 的斜率；

（2）若 求 的面积.

22．（2022·新高考Ⅰ卷）已知函数 和 有相同的最小值.

（1）求a；

（2）证明：存在直线 ，其与两条曲线 和 共有三个不同的交点，并且从左到右的三个交点的横坐标成等差数列．

**答案解析部分**

1．【答案】D

【知识点】交集及其运算；其他不等式的解法

【解析】【解答】解：由题意得， ，则 = ，  
故选：D  
【分析】先由不等式的解法求得集合M，N，再根据交集的运算求得答案.

2．【答案】D

【知识点】复数的基本概念；复数代数形式的混合运算

【解析】【解答】 解：由题意得， ，则 ，则 2，  
故选：D  
 【分析】先由复数的四则运算，求得z， ，再求z+即可.

3．【答案】B

【知识点】向量加减混合运算及其几何意义；向量数乘的运算及其几何意义；向量的线性运算性质及几何意义

【解析】【解答】解：由题意得， ，  
故选：B  
  
【分析】由向量的加法、减法、以及数乘运算求解即可.

4．【答案】C

【知识点】棱柱、棱锥、棱台的体积

【解析】【解答】解：由题意知，S1=140km2，S2=180km2，h=(157.5-148.5)km=9km，  
 代入棱台的体积公式，得，  
 故选：C  
 【分析】由棱台的体积公式直接求解即可.

5．【答案】D

【知识点】互斥事件与对立事件；古典概型及其概率计算公式

【解析】【解答】解：由题意得，从2至8的7个整数中随机取2个不同的数，共有 个不同的结果，其中不是互质的有（2，4），（2，6），（2，8），（3，6），（4，6），（4，8），（6，8），共7个结果，则这2个数互质的概率为 .  
故选：D  
【分析】由题意先求得结果总数，再由古典概型概率计算公式，结合对立事件的概率关系求得答案.

6．【答案】A

【知识点】正弦函数的图象；正弦函数的奇偶性与对称性；正弦函数的周期性

【解析】【解答】解：由题意得，，  
 又 的图像关于点 中心对称，  
 则b=2，且，  
 所以，  
 则，  
 解得，  
 又，  
 则k=2，，  
 故，  
 故选：A  
 【分析】由正弦函数的图象与性质，先求得b，，再求得即可.

7．【答案】C

【知识点】利用导数研究函数的单调性；不等式比较大小

【解析】【解答】解：令a=xex，，c=-ln(1-x)，  
 则lna-lnb=x+lnx-[lnx-ln(1-x)]=x+ln(1-x)，  
 令y=x+ln(1-x)，x∈(0，0.1]，  
 则，  
 所以y≤0，  
 所以lna≤lnb，  
 所以b>a，  
 a-c=xex+ln(1-x)，x∈(0，0.1]，  
 令y=xex+ln(1-x)，x∈(0，0.1]，  
，  
 令k(x)=，  
 所以k'(x)=(1-2x-x2)ex>0，  
 所以k(x)>k(0)>0，  
 所以y'>0，  
 所以a-c>0，  
 所以a>c，  
 综上可得，c<a<b，  
 故选：C  
 【分析】分别构造函数y=x+ln(1-x)，x∈(0，0.1]，y=xex+ln(1-x)，x∈(0，0.1]，根据导数判断函数的单调性，再运用作差法比较大小即可得解.

8．【答案】C

【知识点】利用导数研究函数的单调性；导数在最大值、最小值问题中的应用；棱锥的结构特征；棱柱、棱锥、棱台的体积；余弦定理的应用

【解析】【解答】解：记正四棱锥高与侧棱夹角为θ，高为h，底面中心到各顶点的距离为m，  
 则，  
 则l=6cosθ，m=l·sinθ=6sinθcosθ，，  
 则正四棱锥的体积，  
 令y=sinθcos2θ=sinθ(1-sin2θ)=x(1-x2)=-x3+x，x=sinθ，  
 则y'=-3x2+1，故当，y'<0，当，y'>0，  
 则，  
，  
 故该正四棱锥体积的取值范围是 .  
 故选：C  
 【分析】由题意正四棱锥的结构特征，结合余弦定理得，进而求得正四棱锥的体积，令x=sinθ，构造函数y=sinθcos2θ=-x3+x，利用导数研究函数的单调性与最值，求得y的最值，从而求得V的最值.

9．【答案】A,B,D

【知识点】直线与平面垂直的判定；直线与平面垂直的性质；直线与平面所成的角

【解析】【解答】解：在正方体ABCD- A1B1C1D1中，因为BC1⊥B1C，BC1⊥A1B1，所以BC1⊥平面A1B1CD，  
所以BC1⊥DA1，BC1⊥CA1，故选项A，B均正确；  
设A1C1∩B1D1=O，因为A1C1⊥平面BB1D1D，所以直线BC1与平面BB1D1D所成的角为∠C1BO，  
在直角△C1BO中，sin∠C1BO=，故∠C1BO=30°，故选项C错误；  
直线BC1与平面ABCD所成的角为∠C1BC=45°，故选项D正确.  
故选：ABD  
【分析】由直线与平面垂直的判定可得BC1⊥平面A1B1CD，进而再由直线与平面垂直的性质，从而可判断AB，根据直线与平面所成角的定义可判断CD.

10．【答案】A,C

【知识点】导数的几何意义；利用导数研究函数的单调性；利用导数研究函数的极值；导数在最大值、最小值问题中的应用

【解析】【解答】解：令f'(x)=3x2-1=0，得或，  
当或时，f'(x)>0，当时，f'(x)<0，  
所以f(x)在上单调递增，在上单调递减，  
所以f(x)有两个极值点为或，故A正确；  
又所以f(x)只有一个零点，故B错误；  
由f(x)+ f(-x)=2可知，点(0，1)是曲线y= f(x)的对称中心，故C正确；  
曲线y=f(x)在点(1，1)处的切线的斜率为k=f'(1)=2，则切线方程为y=2x-1，故D错误.  
故选：AC  
  
【分析】利用导数研究函数的单调性，极值，零点，以及函数的对称中心，结合导数的几何意义，逐项判断即可.

11．【答案】B,C,D

【知识点】导数的几何意义；平面向量数量积的运算；直线的两点式方程；抛物线的标准方程；直线与圆锥曲线的关系

【解析】【解答】解：由题意可知：1=2p， 所以抛物线C： x2=y，故C的准线为，故A错误；  
由y'=2x得曲线C在点A(1，1)处的切线斜率为2，所以切线方程为y=2x-1，又直线AB为：，即y=2x-1，故直线AB与C相切，故B正确；  
过点B(0，-1)的直线设为y=kx-1，交C于P，Q两点的坐标分别设为P(x1，y1)，Q(x2，y2)，  
联立直线与C方程可得x2-kx+1=0，  
则x1+x2=k，x1x2=1，且，  
即k2>4，则y1+y2=k2-2，y1y2=1，  
此时  
，又|OA|2=2，则 ，故C正确；  
，  
又|BA|2=5，则 ，故D正确.  
故选：BCD  
  
【分析】由抛物线的定义与几何性质可判断A，根据导数的几何意义，结合直线的两点式方程可判断B，根据直线与抛物线的位置，结合弦长公式可判断C，根据向量的数量积运算可判断D.

12．【答案】B,C

【知识点】函数奇偶性的性质；奇偶函数图象的对称性；函数的周期性；函数的值

【解析】【解答】解：由为偶函数可知函数f(x)关于直线对称，  
 由g(2+x)为偶函数可知：：g(x)关于直线x=2对称，  
 结合g(x)=f'(x)，根据g(x)关于直线x=2对称可知f(x)关于点(2，t)对称，  
 根据f(x)关于直线对称可知：：g(x)关 于点(，0)对称，  
 综上，函数f(x)与g(x)均是周期为2的周期函数，  
 所以有f(0)= f(2)=t，所以A不正确；  
 f(-1)= f(1)， f(4)=f(2)， f(1)= f(2)，故f(-1)= f(4)，所以C正确，  
，g(-1)=g(1)，故B正确；  
 又g(1)+g(2)=0，所以g(-1)+g(2)=0，故D错误.  
 故选：BC  
 【分析】根据函数的奇偶性与对称性，可判定f(x)与g(x)均是周期为2的周期函数，再由函数的值，逐项判断即可.

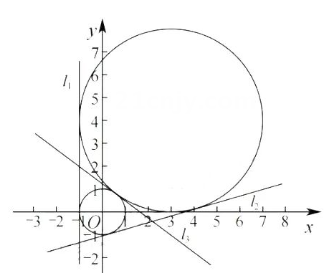
13．【答案】-28

【知识点】二项式定理的应用

【解析】【解答】解：(x+y)8的通项公式为，  
①当8-r=2，即r=6时， 展开式中 项为，  
②当8-r=3，即r=5时， 展开式中 项为，  
则展开式中 项为，  
故答案为：-28  
【分析】由二项式定理，分类讨论求解即可.

14．【答案】x=-1或7x-24y-25=0或6x+8y-10=0

【知识点】圆与圆的位置关系及其判定；两圆的公切线条数及方程的确定

【解析】【解答】解： 记圆 的圆心为O(0，0)，半径为r1=1，  
圆 的圆心为A(3，4)，半径为r2=4，  
则|OA|=5=r1+r2，  
则两圆外切，作出图象，如图所示，  
  
易得直线l1：x=-1为两圆的切线，  
易得直线OA为：，  
可得直线l1与直线OA为，  
易知两圆的另一公切线l2必过点P，可设l2：，即，  
则有，解得，即l2：，即7x-24y-25=0，  
另由于两圆外切，所以在公切点处存在公切线l3，由，解得切线l3：6x+8y-10=0.  
故答案为：x=-1或7x-24y-25=0或6x+8y-10=0  
  
【分析】先判断可得两圆外切，数形结合易得其中一切线为：x=-1，再由直线垂直的斜率关系求得切线l2，最后联立两圆的方程组可得切线l3，得解.

15．【答案】a＞0或a＜-4

【知识点】导数的几何意义；一元二次方程

【解析】【解答】解：易得曲线不过原点，设切点为(x0，(x0+a)ex0)，则切线斜率为f(x0)=(x0+a+1)ex0 ，  
可得切线方程为y-(x0+a)ex0=(x0+a+1)ex0(x-x0)，又切线过原点，  
可得-(x0+a)ex0=-x0(x0+a+1)ex0，化简得 (※)，  
又切线有两条， 即方程※有两不等实根，由判别式△=a2+4a>0，得a<-4或a>0.  
故答案为：a<-4或a>0.  
【分析】由导数的几何意义，求得切线方程，再结合切线过原点，易得方程有两不等实根，由△>0求解即可.

16．【答案】13

【知识点】椭圆的定义；椭圆的标准方程；椭圆的简单性质；直线与圆锥曲线的关系

【解析】【解答】解：椭圆离心率为，则a=2c，，可设C：，  
 则|AF1|=|AF2|=|F1F2|=2c，  
 则△AF1F2为正三角形，则直线DE的斜率，  
 由等腰三角形性质可得，|AE|=|EF2|， |AD|=|DF2|， 由  
 椭圆性质得△ADE的周长=|DE|+|DF2|+|EF2|=4a，  
 设D（x1，y1），E（x2，y2），直线DE为，  
 与椭圆方程联立，得13x2+8cx-32c2=0，  
 则，  
 则，  
 解得，  
 即△ADE的周长=4a=13  
 故答案为：13  
 【分析】由椭圆的离心率，得a=2c，，并可判断△AF1F2为正三角形，从而可得直线DE的方程为，再根据直线与椭圆的位置关系，结合弦长公式以及椭圆的定义，易得△ADE的周长.

17．【答案】（1）因为 是公差为 的等差数列，而 ，

所以 ①

时， ②

①-②有： .

所以 ，

以上式子相乘，得

经检验， 时， ，符合.

所以 .

（2）由（1）知

所以

所以 = =

因为 ，所以 ，

所以 ，

即 ．

【知识点】数列的概念及简单表示法；等差数列的通项公式；数列的求和；数列递推式；数列与不等式的综合

【解析】【分析】（1）根据等差数列的通项公式可得 ，由利用Sn与an的关系，得 ，再利用累积法，可得an；

（2）由（1）得 ，利用裂项相消求和求得 ，再解不等式即可.

18．【答案】（1）因为 ，

所以 ，

所以 ，

又因为 ，

，所以 ，故 .

（2）因为

所以

所以

由余弦定理

所以

当且仅当 ，即 时取得等号，

综上， 的最小值为 .

【知识点】基本不等式在最值问题中的应用；二倍角的正弦公式；二倍角的余弦公式；运用诱导公式化简求值；余弦定理的应用

【解析】【分析】（1）先由二倍角公式与两角和的余弦公式，化简得 ，再由诱导公式，结合三角形的内角和性质，得 ，可得B；  
（2）由诱导公式求得 ， ，再结合余弦定理与三角恒等变换，化简得 ，并利用基本不等式求最值即可.

19．【答案】（1）因为 ，

所以 ，设A到平面 的距离为h；

则

（2）设D为 的中点，且 ，

由于 ⇒BC⊥平面

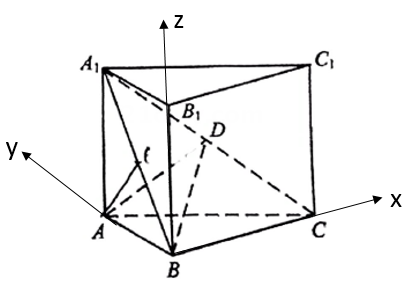
因为 平面 ，所以 ，

在直角 中， ，连接 ，过A作 ，则 平面 ，而 平面 ，故 .

由 ，

所以 ，

由 ，

以B为原点，向量 ， ， 分别为x，y，z轴，建立如图所示的空间直角坐标系，  


则

所以

设平面ABD的一个法向量 ，

，令 ，则有 .

设平面BCD的一个法向量 ，

令 ，则有

所以

所以二面角 的正弦值为 .

【知识点】棱柱、棱锥、棱台的体积；平面与平面垂直的性质；用空间向量求平面间的夹角

【解析】【分析】（1）由题意易得 ，再结合棱锥的体积公式求得h；  
  
（2）根据平面与平面垂直的性质可得BC⊥平面ABB1A1，再由直线与平面垂直的性质可得BC⊥AB，BC⊥A1B，再建立恰当的空间直角坐标系，分别求得平面ABD，平面BCD的法向量， ，再求得 ，即可得答案.

20．【答案】（1）

所以有99%的把握认为患该疾病群体与未患该疾病群体的卫生习惯有差异.

（2）用局部估计总体

(i)

(ii)

故R的估计值为6

【知识点】独立性检验的应用；条件概率与独立事件

【解析】【分析】（1）代入数据，求得K2，再对出表格，即可得结论；

（2）(ⅰ)根据新定义，结合条件概率的计算公式，即可证明；

(ⅱ)由条件概率的计算公式分别求得 ，再代入R，求解即可.

21．【答案】（1）因为点A(2，1)在双曲线 上，所以有

解得 ，所以双曲线

设直线 ，

联立 消去y得到

显然 ，否则不可能有两个交点，

而 ，

由韦达定理得 ，

因为直线AP，AQ的斜率之和为0，

所以

所以 所以

即 ，

所以有 ，

将韦达定理代入化简得 ，

而当 ，此时直线 为 ，易知恒过定点 ，故舍去，

所以 ，此时满足 .

（2）又由（1）易知 ，

且

依题可设AP斜率为 ， 斜率为- ，

则由夹角公式知（后面补充证明） ，

由对称性易知，只需考虑 的情况就行，

所以有 ，解得 或 （舍）.

而 ，同理 ，

而 ，

另一方面，联立 ，（1）

同理 ，（2）

将以上两式相加，得 ，

解得 ，

所以

【知识点】斜率的计算公式；两直线的夹角与到角问题；双曲线的标准方程；直线与圆锥曲线的关系；直线与圆锥曲线的综合问题；三角形中的几何计算

【解析】【分析】（1）先根据题意列式求得双曲线C的方程 ，再结合直线与双曲线的位置关系，以及直线的斜率公式，列式得 ，再判断2k+m-1=0不成立，易得k=-1；

（2）先设AP斜率为 ， 斜率为- ，由夹角公式求得 ，同时根据两直线的位置可得 ，结合(1)，可得 ，再由韦达定理与三角形面积公式可得 ，代入计算即可.

22．【答案】（1）因为 ，所以 ，

若 ，则 恒成立，

所以 在 上单调递增，无最小值，不满足；

若 ，令f’（x）＞0⇒x＞lna，令f’（x）＜0⇒x＜lna，

所以 ，

因为 ，定义域 ，所以 ，

所以 ，

所以 ，

依题有 ，即 ，

令 ，则 恒成立

所以 在 上单调递增，又因为 ，

有唯一解 ，

综上，

（2）由(1)易知 在 上单调递减，在 上单调递增， 在 上单调递减，在 上单调递增，

存在直线 ，其与两条曲线 和 共有三个不同的交点，

设三个不同交点的横坐标分别为 ，不妨设 ，

显然有 ，

则肯定有 ，

注意 的结构，易知 ，

所以有 ，所以有 ，而由 在 上单调递减，

知 ，同理 ，

所以 ，

又由 ，

故 ，

所以存在直线 ，其与两条曲线 和 共有三个不同的交点，并且从左到右的三个交点的横坐标成等差数列.

【知识点】指数式与对数式的互化；利用导数研究函数的单调性；导数在最大值、最小值问题中的应用；等差数列

【解析】【分析】（1）对a分 ， 两种情况，利用导数研究函数f(x)的单调性，并求得 ，同理可得 ，根据题意列式，构造函数 ，并利用导数h’(a)，可得函数h(x)的单调性，并易得h(1)=0，从而求得a；

（2）由(1)易得函数f(x)，g(x)的单调性，易得 ，同时根据 ，可得 ， ，从而得 ，再由对数运算可证 ，结论得证.